1– مقدمه

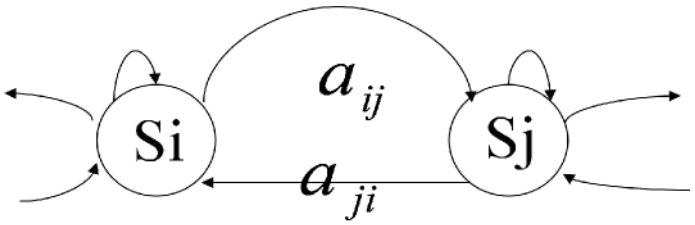
اهداف درس:

در این فصل با مدل مخفی مارکوف آشنا شدیم

همچنین با دو مسئله از سه مسئله مهم HMMها آشنا شدیم و نحوه حل آن را فرا گرفتیم

2– مدل مخفی مارکوف

در تصویر 1 یک مدل مخفی مارکوف را مشاهده می کنید.



مشاهدات: O1، O2، ....

حالات در زمان: q1، q2، ...

$$\begin{array}{cccccc} O_1, & O_2, & O_3, & \cdots, & O_t \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & & \uparrow \\ q_1, & q_2, & q_3, & \cdots, & q_t \end{array}$$

همه حالات: s1، s2، ...

احتمال های مدل مخفی مارکوف به حالات قبلش بستگی ندارد.

بلکه فقط به آخرین حالت بستگی دارد.

یعنی احتمال شرطی روبرو

$$P(q_t = s_j \mid q_{t-1} = s_i, q_{t-2} = s_k, \cdots, q_1 = s_z)$$

خلاصه می شود به:

$$= P(q_t = s_j \mid q_{t-1} = s_i)$$

به مدل مارکوفی که خاصیت بالا را دارد مارکوف درجه 1 گفته می شود (چون فقط به 1 حالت قبلش بستگی دارد).

$$a_{ij} = P(q_t = s_j \mid q_{t-1} = s_i) \qquad 1 \le i, j \le N$$

- a_{ij}: احتمال گذار از حالت Si به Sj ، به عبارتی

مثال: یک نمونه مدل مخفی مارکوف

حالات زیر وجود دارد:

S1 : The weather is rainy

S2 : The weather is cloudy

S3 : The weather is sunny

در زیر احتمال گذرهای بین حالات را مشاهده می کنید:

$$A = \{a_{ij}\} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \text{rainy} & \text{cloudy} & \text{sunny} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.4 & 0.3 & 0.3 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 \\ 0.1 & 0.1 & 0.8 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \text{rainy} \\ \text{cloudy} \\ \text{sunny} \end{array}$$

سئوال 1: احتمال مشاهدات زیر چقدر است؟

؟ oudy

$$\begin{array}{l} q_1 q_2 q_3 q_4 q_5 q_6 q_7 q_8 \\ s_3 s_3 s_3 s_1 s_1 s_3 s_2 s_2 = 1.536\times10^{-4} \\ a_{33} a_{33} a_{31} a_{11} a_{13} a_{32} a_{22} \end{array}$$

سئوال 2: احتمال ماندن در یک حالت برای d روز اگر در حالت

$$P(\underbrace{s_i s_i \cdots s_i}_{\text{d Days}} s_{j\neq i}) = a_{ii}^{d-1}(1-a_{ii}) = P_i(d)$$

اجزای یک HMM

یک HMM دارای اجزای زیر می باشد:

- N: تعداد حالات
- M: تعداد خروجی ها
- A: ماتریس احتمال گذر حالت
- B: ماتریس احتمال رخداد خروجی
- π: احتمال رخداد اولیه

مجموعه پارامترهای یک HMM را به صورت روبرو نمایش می دهند: $\lambda = (A, B, \pi)$

سه مسئله اساسی HMM

1. فرض کنید که یک HMM با پارمترهای λ و دنباله ای از مشاهدات O داریم، احتمال $P(O|\lambda)$ چقدر است؟
2. فرض کنید یک مدل λ و یک دنباله مشاهدات O داریم، محتمل ترین دنباله حالات مدل که آن مشاهدات را تولید کرده اند کدام است؟
3. فرض کنید یک مدل λ و یک دنباله مشاهدات O داریم، چگونه می توان پارمترهای مدل را تنظیم کرد که $P(O|\lambda)$ بیشینه شود (به عبارتی آموزش مدل از روی مشاهدات)؟

3– مسئله اول

- مسئله اول این بود:

فرض کنید که یک HMM با پارمترهای λ و دنباله ای از مشاهدات O داریم، احتمال $P(O|\lambda)$ چقدر است؟

- راه حل اول مسئله اول:

یک راه حل برای یافتن احتمال $P(O|\lambda)$ این است که همه حالت های ممکن را ردیف کرده و احتمال آن ها را با هم جمع کنیم:

$$P(o|\lambda) = \sum_q P(o,q|\lambda)$$

در واقع هدف یافتن $P(o,q|\lambda)$ می باشد. این احتمال را به صورت زیر به دست می آوریم:

$$P(o|q,\lambda) = \prod_{t=1}^{T} P(o_t|q_t,\lambda) = \prod_{t=1}^{T} b_{q_t}(o_t)$$

$$P(q|\lambda) = \pi_{q_1} a_{q_1 q_2} a_{q_2 q_3} \cdots a_{q_{T-1} q_T}$$